ISSN 2669-0330 (online)
ĮŽVALGOS
2025 Nr. 2, p. 146-153

S-SEKA: MATEMATINĖ SEKŲ KLASIFIKAVIMO PRIEMONĖ

Tadas Panavas
Utenos kolegija,
Maironio g. 7, Utena, Lietuva

Anotacija

Straipsnyje pristatomas naujas matematinis įrankis – S-sekos transformacija – skirtas skaičių sekų struktūrai analizuoti ir klasifikuoti. Įprastos matematinės sekos (aritmetinės, geometrinės progresijos, Fibonačio, trikampių skaičių ir kt.) transformuojamos į naują seką S. Remiantis ja siūloma nauja sekų klasifikacija į periodines, neperiodines, aprėžtas ir neaprėžtas kategorijas pagal S-sekos charakteristikas. Naudotas teorinis metodo aprašymas, algoritminė *S*-sekos konstravimo procedūra ir kompiuteriniai eksperimentai su OEIS (*On-Line Encyclopedia of Integer Sequences*) sekomis, leidę empiriškai įvertinti transformacijos elgseną. Parodoma, kad *S*-seka leidžia atskleisti vidinę sekų struktūrą ir pagal periodiškumą bei aprėžtumą atskirti struktūruotas matematines sekas nuo atsitiktinių. Klasifikavimo tikslas yra suskirstyti skaičių sekas į grupes pagal bendrus požymius, kad jas būtų lengviau suprasti, lyginti, tirti.

Raktiniai žodžiai: skaičių seka, OEIS, periodiškumas, rekurentiškumas, aprėžtumas.

Įvadas

Temos aktualumas ir naujumas. Skaičiaus sąvoka yra viena esminių sąvokų matematikoje (Hardy, Wright, 2008). Skaičių sekos yra vienas pagrindinių matematikos blokų (Graham, Knuth, Patashnik, 1994), naudojamų apibrėžti sudėtingesnes sąvokas tokias kaip funkcijos, ribos, eilutės. Naudojant gerai žinomus principus, gaunamas naujas tyrimo objektas. Skaičių sekos naudojamos daugiausia kombinatorikoje (Stanley, 1996) (Stanley, 2012) (Flajolet, Sedgewick, 2009), algoritmuose (Knuth, 1997), kriptografijoje, kompiuterinėje grafikoje. Be to, taikoma ir fizikoje, biologijoje, inžinerijoje, mene.

Skaičių seka (angl. *sequence*) – tai funkcija, kurios apibrėžimo sritis yra natūraliųjų skaičių aibė $N = \{1,2,3, \dots\}$ arba jos poaibis. Ši funkcija kiekvienam natūraliajam skaičiui n priskiria vieną skaičių, kuris yra sekos narys. Sekos nariai paprastai žymimi su indeksais, pavyzdžiui: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ Visa seka gali būti žymima kaip $(a_n)_{n \in N}$ arba tiesiog (a_n).

Dažnai seka apibrėžiama rekurentiškai, nurodant pirmuosius narius ir taisyklę, kaip apskaičiuoti kiekvieną narį a_n remiantis ankstesniais nariais (pvz., Fibonačio seka). Tokios formulės vadinamos rekurentinėmis lygtimis

Sekų yra labai daug ir jos yra labai įvairios. Todėl svarbu jas sujungti į visumą, bei klasifikuoti. Internetinė sveikųjų skaičių sekų enciklopedija, *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* (OEIS) yra internetinė sveikųjų skaičių sekų duomenų bazė. Neil Sloane įkūrė „Journal of Integer Sequences“ 1998 m., siekdamas suteikti platformą moksliniams straipsniams apie sveikųjų skaičių sekas. OEIS registruoja informaciją apie sveikųjų skaičių sekas, dominančias tiek profesionalus, tiek mėgėjus matematikus, ir yra plačiai cituojama. Tai lyg skaičių sekų pasaulinė biblioteka. Joje yra daugiau nei 380 000 sekų. Be sveikųjų skaičių sekų, OEIS taip pat kataloguoja trupmenų, transcendentinių skaičių skaitmenų, kompleksinių skaičių ir pan. sekas, kurias transformuoja į sveikųjų skaičių sekas. Kiekviena OEIS seka turi serijos numerį – šešiaženklį teigiamą sveikąjį skaičių, kurio pradžioje yra raidė A, kuri reiškia „absoliutus“. Keletas sekų iš OEIS pavyzdžių.

Faktorialų seka OEIS yra A000142: 1, 1, 2, 6, 24, 120, 720… $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$

Lyginių skaičių seka OEIS yra A005843: 0, 2, 4, 6, 8, 10…

Skaičių kubų seka OEIS A000578: 0, 1, 8, 27, 64, 125…

Pirminių skaičių seka OEIS A000040: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17…

Vienintelė seka, kur visi elementai lygūs 1, OEIS A000012: 1, 1, 1, 1, 1…

Skaičių, kurie dalijasi iš 3, seka OEIS A008585: 0, 3, 6, 9, 12, 15…

Palindromai, skaičiai, kurie skaitomi vienodai iš priekio ar iš galo, seka A002113: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272…

Viena iš sričių, kur galima aptikti sekas, yra psichologija. IQ testuose sekos uždaviniai dažnai (Peterson, 2003) būna pagrindinis metodas matuoti gebėjimą atpažinti modelius (angl. *patterns*) (Chen et al., 2024) be išankstinių žinių. Jos parodo gebėjimą įžvelgti struktūrą, kurios iš pirmo žvilgsnio nematyti.

Sekos dažnai turi daug narių arba be galo daug narių. Todėl sekos analizuojamos, ieškant struktūros ar modelio, kuris leistų numatyti kitus jos narius. Tam svarbu pastebėti periodiškumą, augimo greitį, pasikartojimus, simetriją ir pan. Tai leidžia prognozuoti kitus narius ir suvokti ryšius bei dėsningumus. Sekos gali būti įvairiai klasifikuojamos, pvz., skirstomos į blokų grupes su įvairiais ilgiais (Putievskiy, 2023).

Vienas sekų analizės būdų galėtų būti straipsnyje pristatoma S-seka. Šio straipsnio objektas nėra konkreti seka, ar sekų aibė, bet taisyklė pagal kurią transformuojamos skaičių sekos. S-seka yra pradinės sekos transformacija (arba sekos operatorius), kuri naują seką sukuria iš dviejų senosios sekos narių. Transformacija atskleidžia kai kurias pradinės sekos savybes. Tai yra lyg sekų testas ar požymis.

Metodas naujas tuo, kad pristato iki šiol nenaudotą S sekos transformaciją kaip priemonę sekų struktūrai atskleisti ir pagal ją formuoja naują klasifikavimo požiūrį, leidžiantį skirti matematines sekas pagal S savybes, o ne pagal klasikines apibrėžtis.

Praktinis pritaikymas galėtų būti sekų automatinis atpažinimas ir klasifikavimas duomenų bazėse, pavyzdžiui, OEIS paieškos optimizavimui. Metodas taip pat galėtų būti taikomas atsitiktinumo analizei kriptografijoje, signalų ar laiko eilučių struktūros vertinimui, bei intelekto testuose ar dirbtiniame intelekte, kur svarbu atskirti struktūruotus modelius nuo atsitiktinių sekų.

Studijose metodas galėtų būti naudojamas mokant sekų analizės, algoritminio mąstymo ir modelių atpažinimo, pateikiant aiškų vizualų ir skaičiavimo pagrindu veikiantį įrankį. Versle jis galėtų būti taikomas duomenų analizėje ir laiko eilučių pirminiam struktūros vertinimui, padedant atskirti dėsningus procesus nuo atsitiktinių svyravimų ir taip gerinant sprendimų priėmimą.

Tyrimo metodas. Teorinis metodo aprašymas, algoritminė S-sekos konstravimo procedūra ir kompiuteriniai eksperimentai su OEIS sekomis.

Tyrimo tikslas. Pristatyti sekos transformaciją ir parodyti kaip ji gali būti naudojama naujai klasifikacijai remiantis S-sekos savybėmis (periodiškumu, apibrėžtumu, monotoniškumu).

1. S-sekos konstravimas

Pirmiausia apibrėžiama S-seka. Tam reikia apibrėžti B sekos sąvoką.
Tegul A yra bet kokia teigiamų sveikųjų skaičių seka.

$$A = (a_1, a_2, a_3, \ldots),$$

kur $a_k \in Z^+$ visiems $k \in N$.

1.1. Sekos B apibrėžimas

Pasirenkamas fiksuotas teigiamas sveikasis skaičius $n > 1$.
Antroji seka, B, apibrėžiama imant kiekvieną sekos A narį moduliu n.

$$B = (b_1, b_2, b_3, \ldots),$$

kur $b_k = a_k (\mathrm{mod}\ n)$.

Šios sekos nariai priklauso aibei $\{0,1,2,\dots,n-1\}$.

1.2. Sekos S apibrėžimas

Sekos S nariai apibrėžiami rekurentiškai, pradedant nuo $S_0 = 0$.

Kiekvienas sekos narys S_k $(k \in N)$ nustatomas pagal ankstesnį narį S_{k-1} ir palyginimą tarp sekančiųjų sekos B narių, b_k ir b_{k+1}.

$$S_k = S_{k-1} + f(b_k,\ b_{k+1}),$$

kur funkcija $f(x,y)$ yra apibrėžiama taip:

$$f(x,y) = 1, \text{ jei } y > x;$$
$$f(x,y) = -1, \text{ jei } y < x;$$
$$f(x,y) = 0, \text{ jei } y = x.$$

Šios sekos S savybės priklauso nuo pradinės sekos A savybių. Priešingai nei pirmajame pavyzdyje, kur A buvo natūraliųjų skaičių seka, šiuo atveju seka B nebūtinai bus periodinė. Pavadinome seką S, dėl to kad tai yra tam tikra suma.

Jei A yra periodinė seka, seka B taip pat bus periodinė, ir jos periodas bus didžiausias bendrasis sekos A periodo ir n daliklis. Tokiu atveju, seka S taip pat gali turėti periodiškumo požymių arba augti/mažėti pastoviu tempu. Jei A yra atsitiktinių skaičių seka, seka B taip pat bus atsitiktinė. Vidutiniškai, didėjimo ir mažėjimo atvejai pasitaikys maždaug vienodai dažnai (jei n pakankamai didelis ir skaičiai pasiskirstę tolygiai), todėl S-seka svyruos aplink nulį. Jei A yra monotoniškai auganti (arba mažėjanti) seka, seka B turės tendenciją svyruoti, o seka S taip pat turės sudėtingesnį elgesį.

Apskritai, periodinė seka yra visada aprėžta; aprėžta seka nebūtinai yra periodinė (pvz., π skaitmenys); neaprėžta seka yra visada neperiodinė.

Pritaikykime apibrėžimą kelioms sekoms iš *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* (OEIS). Panagrinėkime S-seką su skirtingomis sekomis A. Kiekvienam atvejui imsime $n = 5$ kaip pavyzdį, kad būtų galima aiškiau parodyti sekų elgseną.

2. S-sekos skaičiavimo pavyzdžiai

2.1. Fibonacci (Fibonačio) seka (A000045, OEIS)

A **sekos apibrėžimas:** Tegul A yra Fibonačio seka $(F_k)_{k\in N}$, apibrėžiama taip: $F_1 = 1, F_2 = 1, F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$ kai $k \geq 3$. $A = (1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,\dots)$.

B **sekos apibrėžimas** $(n = 5)$**:** Tegul B yra seka A moduliu 5. Fibonačio seka moduliu n yra periodinė, o jos periodas (vadinamas Pisano periodu, žymimas $\pi(n)$) yra $\pi(5) = 20$.

B = (1(mod 5), 1(mod 5), 2(mod 5), 3(mod 5), 5(mod 5), 8(mod 5),…) = (1,1,2,3,0,3,3,1,4,0,4,4,3,2,0,2,2,4,1,0,…)

S **seka:** $(0,0,1,2,1,2,2,1,2,1,2,\dots)$.

Kadangi seka B yra periodinė su periodu $\pi(n)$, seka S taip pat turės periodinį elgesį. Kiekvieno Pisano periodo pabaigoje S reikšmė pakis tam tikru, pastoviu skaičiumi.

2.2. Trikampių skaičių seka (A000217, OEIS)

A **sekos apibrėžimas:** Tegul A yra trikampių skaičių seka $(T_k)_{k\in N}$, apibrėžiama formule $T_k = \frac{k(k+1)}{2}$. $A = (1,3,6,10,15,21,28,36,45,55,\dots)$.

B **sekos apibrėžimas** ($n = 5$)**:** Tegul B yra seka A moduliu 5. Trikampių skaičių seka moduliu n yra periodinė. B = (1(mod 5), 3(mod 5), 6(mod 5), 10(mod 5),…), $B = (1,3,1,0,0,1,3,1,0,0,1,3,\ldots)$. Šios sekos periodas yra 5.

S **seka:**: $(0,1,0,-1,-1,0,1,0,-1,-1,0,\ldots)$. Šiuo atveju S seka yra periodinė.

2.3. Kvadratų skaičių seka (A000290, OEIS)

A **sekos apibrėžimas:** Tegul A yra kvadratų skaičių seka $(Q_k)_{k\in N}$, apibrėžiama formule $Q_k = k^2$. $A = (1,4,9,16,25,36,49,64,81,100,\ldots)$.

B **sekos apibrėžimas** ($n = 5$)**:** Tegul B yra seka A moduliu 5. Kvadratų skaičių seka moduliu n taip pat yra periodinė. B = (1, 4, 9 (mod 5), 16(mod 5), 25(mod 5),…), $B = (1,4,4,1,0,1,4,4,1,0,\ldots)$. Šios sekos periodas yra 5.

S **seka:** $(0,1,1,0,-1,0,1,1,0,-1,0,\ldots)$ Ši seka taip pat yra periodinė.

2.4. Lucas seka (A000032, OEIS)

A **sekos apibrėžimas:** Tegul A yra Fibonačio seka $(L_k)_{k\in N}$, apibrėžiama taip: $L_1 = 1, L_2 = 3$, $L_k = L_{k-1} + L_{k-2}$ kai $k \geq 3$. $A = (1,3,4,7,11,18,29,47,76,123,\ldots)$.

B **sekos apibrėžimas** ($n = 5$)**:** Tegul B yra seka A moduliu 5. Lucaso seka moduliu n taip pat yra periodinė. $B = (1,3,4,2,1,3,4,2,1,\ldots)$ Šios sekos periodas yra 4.

S **seka:** $(0,1,2,1,0,1,2,1,0,\ldots)$. Ši seka taip pat yra periodinė.

Visos pateiktos sekos A (Fibonačio, trikampių skaičių, kvadratų ir Lucaso) turi bendrą savybę: jų nariai moduliu n sukuria periodinę seką B. Dėl to S-seka taip pat įgyja periodiškumo požymių arba auga/mažėja pastoviu tempu. Konkretus elgesys (periodinė ar neaprėžta) priklauso nuo n ir pradinės sekos savybių. Pavyzdžiui, jei sekos B nariai po vieno periodo grįžta į pradinį tašką, S-seka bus periodinė. Jei kiekviename cikle S reikšmė pakinta, seka bus neaprėžta.

Jei seka B yra skaičiaus π skaitmenys, tai $B = (3,1,4,1,5,9,2,6,5,3,\ldots)$ (A000796, OEIS).

Šiuo atveju nereikėtų naudoti taisyklės „pirmoji seka moduliu n“, nes sekos B nariai jau yra apibrėžti tiesiogiai. Tada, S-seka:

$$(0,-1,0,-1,0,1,0,1,0,-1,\ldots).$$

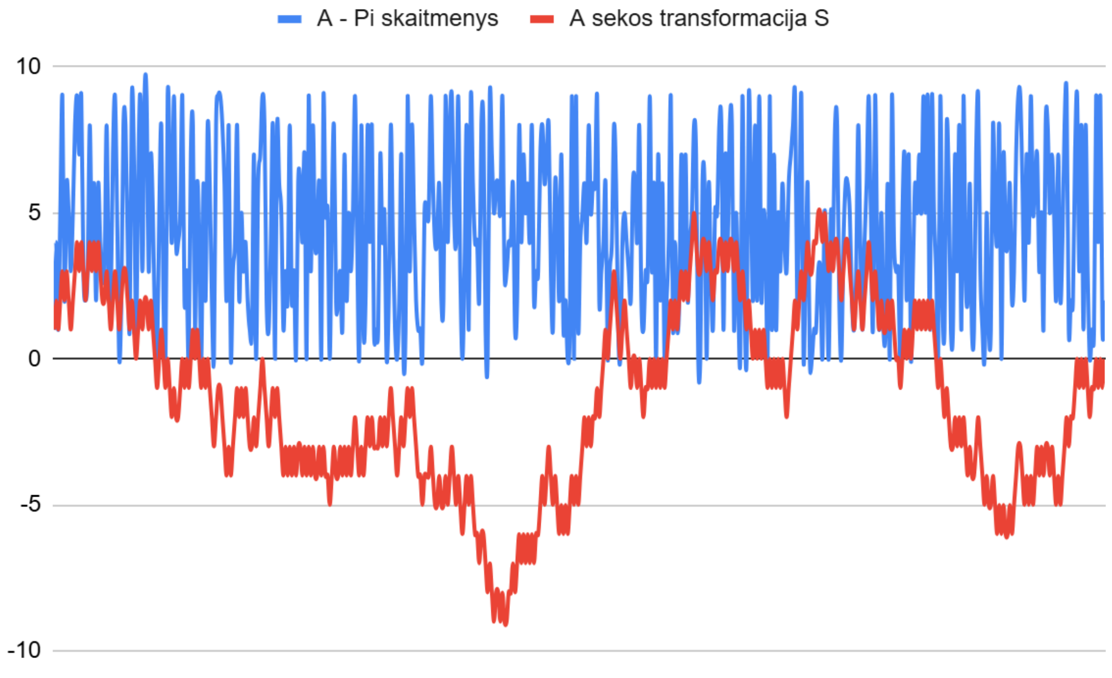
Ši seka nėra periodinė, nes π skaitmenys yra atsitiktiniai ir neturi pasikartojančio modelio. Todėl S-seka bėgant laikui keisis nereguliariai, ir jos reikšmė negali būti tiksliai prognozuojama. Ji svyruos aplink nulį (1 pav.).

Panagrinėkime S-seką, kai seka B yra sudaryta iš skaičiaus e skaitmenų po kablelio. Tegul e yra matematinė konstanta, kurios apytikslė vertė yra 2,718281828459… Tegul B yra seka, sudaryta iš e skaitmenų po kablelio: $B = (7,1,8,2,8,1,8,2,8,4,5,9,\ldots)$ (A001113, OEIS).

Kaip ir anksčiau, S-seka yra apibrėžiama rekurentiškai. Štai keletas pirmųjų S-sekos narių:

$$S = (0,-1,0,-1,0,-1,0,-1,0,-1,0,1,2,\ldots).$$

Šis pavyzdys yra labai panašus į π skaitmenų atvejį. Skaičiaus e skaitmenys po kablelio, kaip ir π, yra begaliniai ir neturi pasikartojančio periodo. Nors e skaitmenys yra atsitiktiniai, neperiodinis jų pobūdis reiškia, kad S-seka niekada netaps periodine. Jos vertės svyruos, bet nebus jokios aiškios augimo ar mažėjimo tendencijos, nes didesnių ir mažesnių skaičių pasikartojimo tikimybė turėtų būti maždaug vienoda. Dėl to S-seka bus aprėžta, t. y., ji neišaugs į begalybę, nei sumažės į neigiamą begalybę, o svyruos aplink tam tikrą ribą.



1 pav. Skaičiaus π pirmųjų 500 skaitmenų sekos transformacija S

S-seka yra periodinė tik tada, kai bendras jos pokytis per vieną sekos B periodą yra lygus nuliui. Ši sąlyga priklauso nuo pradinės sekos A savybių ir pasirinktos n reikšmės, o tai reiškia, kad S-seka nebus periodinė su bet kokiu n.

3. Sekų klasifikacija pagal *S* transformaciją

Klasifikacija atliekama ne pagal pradinę seką A, o pagal jos S-seką, gautą po modulinės transformacijos ir gretimų narių palyginimo. 1-oji lentelė apibrėžia teorines galimas S-sekų elgsenos klases pagal dvi savybes – periodiškumą ir augimo pobūdį.

1 lentelė. *S* sekų klasifikavimas

Savybė\Tipas	Periodinė	Neperiodinė
Didėjanti	Tokios sekos negali būti. Jei seka nuolat didėja, ji niekada negrįš į pradinę reikšmę.	Pvz., natūraliųjų skaičių seka A su $n > 3$.
Mažėjanti	Tokios sekos negali būti. Jei seka nuolat mažėja, ji niekada negrįš į pradinę reikšmę.	Pvz., 12 kartotinių seka A su $n = 7$.
Aprėžta	Jos vertės kartojasi ir turi aiškias ribas. Pvz., trikampių skaičių seka A su bet kokiu n. Pvz., 12 kartotinių seka A su $n = 8$.	Jos reikšmės svyruoja, bet neturi tendencijos augti ar mažėti. Pvz., π skaitmenų seka.

Pateikiami konkretūs OEIS pavyzdžiai, priskirti 1-oje lentelėje apibrėžtoms klasėms, remiantis jų S-sekų savybėmis. 1-oji lentelė atlieka teorinės klasifikacijos vaidmenį, o 2-oji – praktinį jos pritaikymą konkrečioms sekoms.

2 lentelė. OEIS sekų klasifikacija

Savybė\Tipas	Periodinė	Neperiodinė
Didėjanti	–	A000027: 1, 2, 3, 4, 5, 6, … $n > 3$. A008589: 12, 24, 36, 48, 60, 72, … $n = 10$.
Mažėjanti	–	A008589: 12, 24, 36, 48, 60, 72, … $n = 7$.
Aprėžta	A000217: 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, … A000290: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, … A000045: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, … A000032: 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, … A000027: 1, 2, 3, 4, 5, 6, … $n = 2$.	A000796: 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, … A001113: 2, 7, 1, 8, 2, 8, 1, 8, 2, 8, … A002852: 0, 5, 7, 1, 3, 0, 6, 7, 9, 8, …

4. *S*-sekos konstravimo pseudokodas

Pseudokodas – tai neformalus algoritmo aprašymas, parašytas paprasta kalba, primenantis programavimo kodą. Jis nenaudoja griežtos sintaksės, todėl skirtas idėjai ir logikai paaiškinti, o ne vykdyti kompiuteryje. Pseudokodas reikalingas tam, kad būtų aiškiai ir vienareikšmiškai parodyta, kaip praktiškai konstruojamos B ir S sekos iš pradinės sekos. Jis leidžia suprasti algoritmo logiką nepriklausomai nuo konkrečios programavimo kalbos.

Žemiau pateiktas pseudokodas, kaip iš pradinės sekos A gauti sekas B ir S.

```
funkcija GENERUOTI_SEKAS(A, n):
    B = []
    S = [0] # Pradžia nuo S_0 = 0

    for a in A:
        b = a moduliu n
        B.pridėti(b)

        # Skaičiuojama S narį S_k remiantis b_k ir b_{k-1}
        if B.dydis() > 1:
            b_dabartinis = B.paskutinis_narys()
            b_ankstesnis = B.priešpaskutinis_narys()
            S_ankstesnis = S.paskutinis_narys() # Paima S_{k-1}

            jei b_dabartinis > b_ankstesnis:
                S_dabartinis = S_ankstesnis + 1
            priešingu atveju jei b_dabartinis < b_ankstesnis:
                S_dabartinis = S_ankstesnis - 1
            priešingu atveju:
                S_dabartinis = S_ankstesnis

            S.pridėti(S_dabartinis)

    grąžinti (B, S)
```

Pseudokodas padeda greitai suplanuoti algoritmo logiką prieš rašant programos kodą. Skirtas aiškinti idėją kitiems, jei naudojamos skirtingos programavimo kalbos.

Panagrinėjus S sekas, iškyla daugiau klausimų tolimesniems tyrimams. Keletas hipotezių susijusių su sekomis B ir S.

1. Hipotezė apie periodiškumą: Jei seka B yra periodinė, S-seka taip pat bus periodinė tik tada, kai bendras jos pokytis per vieną B sekos periodą yra lygus nuliui. Visais kitais atvejais S-seka bus neperiodinė ir neaprėžta.
2. Hipotezė apie aprėžtumą: aprėžta seka yra tokia, kurios yra viršutinis ir apatinis rėžis, tarp kurių yra visi sekos nariai. S-seka bus aprėžta tik tuo atveju, jei seka B yra periodinė ir bendras jos narių didėjimo ir mažėjimo skaičius per periodą yra lygus. Jei seka B yra ne periodinė (pvz., atsitiktinių skaičių seka), seka S bus neaprėžta.
3. Hipotezė apie matematinės sekos savybes: matematinės sekos, tokios kaip Fibonačio, kvadratinių skaičių, kuria periodines ir aprėžtas S-sekas. Tai atskiria jas nuo atsitiktinių ar paprastų progresijų, kurios kuria neperiodines ir neaprėžtas S-sekas.

Išvados

1. S-sekos metodas suteikia naują sekų klasifikavimo būdą, kuris gali būti pritaikytas bet kokiai natūraliųjų skaičių sekai.
2. Metodas turi platesnį pritaikymą, nes S-sekos transformacija leidžia atskleisti vidinę skaičių sekų struktūrą ir atskirti dėsningas sekas nuo atsitiktinių.
3. Pagal S-sekų elgseną galima sudaryti nuoseklią sekų klasifikaciją ir ją pritaikyti OEIS pavyzdžiams.
4. Gauti rezultatai kelia tolesnius klausimus dėl metodo ribų ir praktinių taikymų duomenų analizei bei modelių atpažinimui.

Literatūros sąrašas

1. Chen, S., Fang, H., Kitaev, S., & Zhang, C. X. T. (2024). *Patterns in Multi-dimensional Permutations*. arXiv:2411.02897. Prieiga per internetą: https://arxiv.org/pdf/2411.02897
2. Flajolet, P., & Sedgewick, R. (2009). *Analytic Combinatorics*. Cambridge University Press. Prieiga per internetą: https://books.google.lt/books?hl=en&lr=&id=0h-4QcA1c1QC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Flajolet,+P.,+%26+Sedgewick,+R.+(2009).+Analytic+Combinatorics.+Cambridge+University+Press.&ots=fIKTCdva7C&sig=lfWjU2KAjMaliapEiJCDPisHbXk&redir_esc=y#v=onepage&q=Flajolet%2C%20P.%2C%20%26%20Sedgewick%2C%20R.%20(2009).%20Analytic%20Combinatorics.%20Cambridge%20University%20Press.&f=false
3. Graham, R. L., Knuth, D. E., & Patashnik, O. (1994). *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science* (2nd ed.). Addison-Wesley. Prieiga per internetą: https://ptgmedia.pearsoncmg.com/images/9780201558029/samplepages/9780201558029.pdf
4. Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers* (6th ed.). Oxford University Press. Prieiga per internetą: https://blngcc.wordpress.com/wp-content/uploads/2008/11/hardy-wright-theory_of_numbers.pdf
5. *Journal of Integer Sequences.* Prieiga per internetą: https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/
6. Knuth, D. E. (1997). *The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms* (3rd ed.). Addison-Wesley Professional. Prieiga per internetą: https://haio.ir/wp-content/uploads/2024/12/Donald-Knuth-The-Art-of-Computer-Programming-Vol.-1_-Fundamental-Algorithms-3rd-Edition-Addison-Wesley-Professional-1997.pdf
7. Peterson, I. (2003). "Sequence Puzzles." *Science News*, 163(20). Archived from the original PDF on 2017-05-10. Retrieved 2016-12-24. Prieiga per internetą: https://www.sciencenews.org/article/sequence-puzzles
8. Putievskiy, B. (2023). *Integer Sequences: Irregular Arrays and Intra-Block Permutations*. arXiv. Prieiga per internetą: https://arxiv.org/abs/2310.18466
9. Stanley, R. P. (1996). *Combinatorics and Commutative Algebra* (2nd ed.). Birkhäuser. Prieiga per internetą: https://www.scribd.com/document/472325108/Stanley-Richard-Combinatorics-and-Commutative-Algebra
10. Stanley, R. P. (2012). *Enumerative Combinatorics, Volume 1* (2nd ed.). Cambridge University Press. Prieiga per internetą: https://www.ms.uky.edu/~sohum/putnam/enu_comb_stanley.pdf

11. *The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* (OEIS). Prieiga per internetą: https://oeis.org/

S-SEQUENCE: A MATHEMATICAL TOOL FOR SEQUENCE CLASSIFICATION

Tadas Panavas
Utenos kolegija Higher Education Institution,
7 Maironio str., Utena, Lithuania

Summary

The article introduces a new mathematical tool—the S-sequence transformation—designed for analyzing and classifying the structure of numerical sequences. Standard mathematical sequences (arithmetic and geometric progressions, Fibonacci, triangular numbers, etc.) are transformed into a new sequence S. Based on this transformation, a new classification into periodic, non-periodic, bounded and unbounded categories is proposed according to the characteristics of S. The study employs a theoretical description of the method, an algorithmic S-sequence construction procedure and computational experiments with OEIS (*On-Line Encyclopedia of Integer Sequences*) sequences, which allow empirical evaluation of the transformation's behavior. The results show that the S-sequence reveals internal structural properties and, through periodicity and boundedness, distinguishes structured mathematical sequences from random ones.

Keywords: number sequence, OEIS, periodicity, recurrence, boundedness.